УДК 629.735.083.06

Аль-Аммори Али, Аль-Аммори Хасан
Национальный транспортный университет, г. Киев, Украина

Эффективность функционирования сигнализаторов с мажоритарной логикой

В статье рассматриваются аксиоматические соотношения эффективности функционирования информационных структур со случайным подключением датчиков с мажоритарной логикой с учетом их реальной надежности. В перспективе развития данных теоретических и прикладных положений можно создавать простые, технически надежные, экономически выгодные, высокоинформативные системы с высокой достоверностью контролируемых данных.

Введение

Эффективность информационно-управляющих систем воздушных судов существенно зависит от достоверности информации, которая является основой для принятия экипажем решений. Существующие информационные системы сигнализации, датчики первичной информации обладают нечетким порогом срабатывания. Вследствие этого информация от реального датчика всегда поступает с определенной степенью достоверности, которую можно охарактеризовать тремя вероятностными состояниями:

a – вероятность правильного обнаружения события;

b – вероятность ложной тревоги;

d – вероятность необнаружения события.

Такая система вероятностных состояний достаточно полно описывается триномиальным распределением, которое является расширением биномиального распределения.

Цель исследования – обеспечение эффективности параллельного информационного резервирования источников информации с помощью мажоритарного принципа информационного резервирования для повышения достоверности контроля параметров информационно-управляющих систем воздушных судов или распознавания и локализации опасных полетных ситуаций.

Объект исследования – информационно-управляющие системы воздушных судов и процессы контроля, распознавания и локализации опасных полетных ситуаций.

Основная часть

Если число n резервированных датчиков фиксированное, то вероятностные характеристики схемы с мажоритарной логикой описываются триномиальным распределением. Закон распределения событий определяется выражением [1], [2]:

$$p(n-m,\ m-k,\ k)=C_n^{n-m} a^{n-m}\times\ C_m^{m-k}\times\ b^{m-k}\times\ d^k, \qquad (1)$$

причем $a+b+d=1$, где a – вероятность достоверной информации от одного источника информации (ИИ); b – вероятность ложного заявления о наличии контролируемого явления «ложная тревога»; d – вероятность необнаружения контролируемого явления.

Выражение (1) определяет вероятность того, что из n датчиков k не обнаруживают никакой информации, $m-k$ датчиков срабатывают по «ложной» тревоге и $n-m$ датчиков правильно обнаруживают информацию. Таким образом, выражение (1) определяет вероятность состояния резервированной системы из n датчиков, когда система коммутации технически надежна. При технически ненадежной системе это означает, что число резервированных датчиков n – величина случайная. В таком случае вероятностные состояния n резервированных датчиков определяются суммой случайного числа случайных слагаемых [3], [4]:

$$Z = \sum_{i=1}^{y} x_i , \qquad (2)$$

где $x_1, x_2, \ldots, x_i$ – последовательность независимых, одинаково распределенных положительных целочисленных случайных величин с законом распределения $p_x = m + k = p_x(m,k)$, причем $m = 0,1,2,...,n$; $k = 0,1,2,...,m$, y – положительная, не зависящая от них целочисленная случайная величина с законом распределения

$$p(y = n) = p_n(n = 1,2,...,N).$$

Обозначим закон распределения суммы n независимых, одинаково распределенных целочисленных случайных величин $x(m,k)$ через $p_x(m,k)$. Тогда по формуле полной вероятности закон распределения случайной целочисленной величины Z можно представить общим выражением:

$$p_Z(n,m,k) = \sum_{n=0}^{N} p(n)p(n-m,\ m-k,\ k). \qquad (3)$$

Для n резервированных датчиков схемы с мажоритарной логикой со случайным числом n выражение (3) можно определить следующим образом. Легко показать, что вероятность $p_x(m,k)$ описывается формулой (1), а вероятность $p_n = p(n-m,\ m-k,\ k)$ можно представить биномиальным распределением:

$$P(n) = C_N^n \ p^n \ q^{N-n} , \qquad (4)$$

где p – вероятность подключения одного из n датчиков, а $q = 1 - p$.

Тогда, согласно выражению (4), вероятность того, что k датчиков не обнаружат никакой информации, $m-k$ датчиков сработают по «ложной» тревоге и $n-m$ датчиков правильно обнаружат информацию (например, о пожаре при случайном n), можно определить соотношением:

$$Pz(n-m,m-k,k) = \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{N-n} \mathrm{C}_\mathrm{n}^{\mathrm{n-m}} a^{n-m} C_m^{m-k} b^{m-k} d^k . \qquad (5)$$

При случайном n функцию $b(L,N,a,b,d)$ вероятностей триномиального распределения можно на основании (2) представить зависимостью:

$$B(L,N,a,b,d) = \sum_{n=0}^{N} C_N^n q^{N-n} \sum_{M=0}^{L-1} \mathrm{C}_\mathrm{n}^{\mathrm{n-m}} a^{n-m} \sum_{n=0}^{m} C_m^{m-k} b^{m-k} d^k . \qquad (6)$$

На практике имеют место системы, в которых только часть датчиков выключается и включается по случайному закону. В таком случае можно применить усеченное биномиальное распределение на интервале от n_i до N:

$$p_{ny} = A C_N^n \ p^n \ q^{N-n} , \qquad (7)$$

где $A = \dfrac{1}{1 - \sum\limits_{n=0}^{n=i} C_N^n \; p^n \; q^{N-n}}$.

С учетом (4) выражение (6) при усеченном биноминальном распределении можно записать:

$$p_{zny}(n-m, m-k, k) = A \sum_{n=m}^{N} C_N^n p^n q^{N-n} C_n^{n-m} a^{n-m} C_m^{m-k} b^{m-k} d^k . \qquad (8)$$

В соответствии с законом распределения вероятностей, определяемым выражениями (5) или (8), можно записать выражения для определения вероятностей: p_1 – правильного обнаружения информации мажоритарной системы резервирования, состоящей из n датчиков; вероятность p_2 – необнаружения информации и вероятность p_3 – «ложной» тревоги:

$$\left.\begin{aligned} P_{1(Q)} &= \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{N-n} [1 - \sum_{m=n-Q+1}^{n} C_n^{n-m} a^{n-m} (1-a)^m] \\ P_{2(Q)} &= \sum_{n=0}^{N} C_N^n p^n (1-p)^{(N-n)} \sum_{n-N=0}^{Q-1} C_n^{n-m} a^{n-m} \sum_{m-k=0}^{Q-n+m-1} C_m^{m-k} b^{(m-k)} d^k \\ P_{3(Q)} &= \sum_{n=0}^{N} C_N^n \times p^n (1-p)^{N-n} \times \sum_{m-k=Q}^{n} Cn^{(m-k)} \times b^{(m-k)} \times d^k \end{aligned}\right\}, \qquad (9)$$

где Q – индекс мажоритарности, причем $P_{1(Q)} + P_{2(Q)} + P_{3(Q)} = 1$.

Индекс Q определяет кворум «при голосовании», т.е. информация принимается только тогда, когда за нее проголосовало не менее Q датчиков.

Можно показать, что вероятность p_1 – правильного обнаружения информации системы резервированных датчиков – определяется зависимостью:

$$p_1 = 1 - \Delta Q , \qquad (10)$$

где $\Delta Q = \sum\limits_{m=n-Q+1}^{n} Cn^{n-m} a^{n-m} (b+d)^m$. (11)

Справедливость зависимости (11) можно доказать методом математической индукции.

Пусть $n = 2$, тогда можно записать:

$$\left.\begin{aligned} &(a+b+d)^2 = a^2 + 2a(a+b) + (b+d)^2 \\ &Q = 1, \Delta_1 = C_2^0 (b+d)^2 \\ &Q = 2, \Delta_2 = C_2^1 a(b+d) + C_2^0 (b+d)^2 \end{aligned}\right\}. \qquad (12)$$

Для $n = 3$ соответственно можно показать:

$$\left.\begin{aligned} &(a+b+d)^3 = C_3^3 a^3 + C_3^2 a^2 (a+b) + C_3^1 a(b+d)^2 + C_3^0 (b+d)^3 \\ &Q = 1, \Delta_1 = C_3^0 (b+d)^3 \\ &Q = 2, \Delta_2 = C_3^1 a(b+d)^2 + C_3^0 (b+d)^3 \\ &Q = 3, \Delta_3 = C_3^2 a^2 (a+b) + C_3^1 a(b+d)^2 + C_3^0 (b+d)^3 \end{aligned}\right\}. \qquad (13)$$

Для любого n в общем случае можно записать:

$$(a+b+d)^n = \sum_{m=0}^{n} Cn^{n-m} a^{n-m} (b+d)^m \ . \quad (14)$$

Таким образом, легко показать, что ΔQ определяется в общем виде выражением (11), анализ которого показывает, что имеет место соотношение:

$$\Delta n > \Delta_{n-1} > ... > \Delta_1 . \quad (15)$$

Согласно (8) из неравенств (11) вытекает следующее неравенство:

$$p_{1,n} < p_{1,n-1} < ... < p_{1,n-2} < P_{1,1} . \quad (16)$$

Показатель Q определяет вид структурной схемы коммутации (рис. 1).

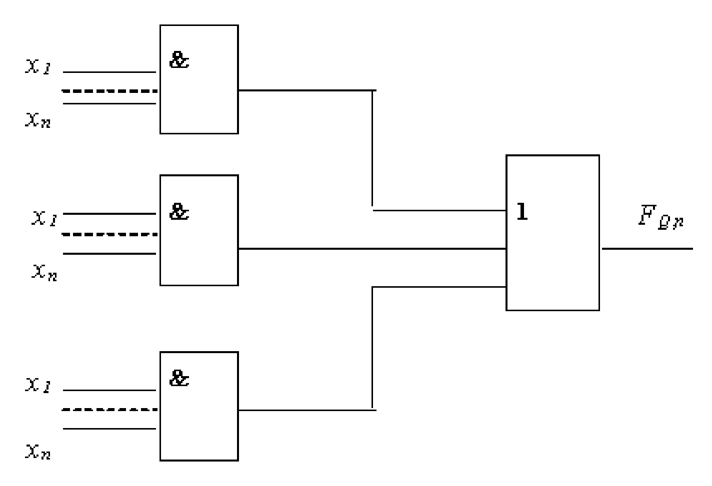


Рисунок 1 – Структурная схема коммутации

Если Q = 1, то схема коммутации (рис. 1) преобразуется в схему коммутации (рис. 2).

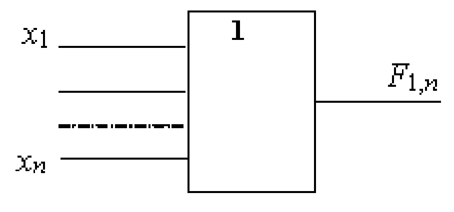


Рисунок 2 – Структурная схема коммутации при $Q = 1$

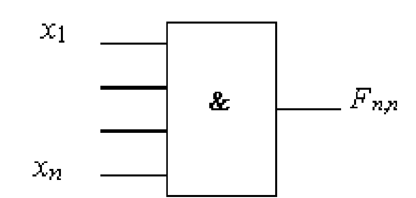


Рисунок 3 – Структурная схема коммутации при $Q = n$

Из соотношения (16) следует, что $p_{1,1}$ для $Q = 1$ имеет максимальное значение, а это означает, что из 3 схем, а именно рис. 1, 2, 3, самой лучшей схемой коммутации является схема, изображенная на рис. 2.

Можно также показать, что к схеме коммутации, изображенной на рис. 2, можно привести многие другие схемы коммутации.

Из анализа предыдущих схем (рис. 1, 2, 3) видно, что ΔQ_n является очень важным показателем. Произведем вывод формулы для определения ΔQ_n другим способом: для $Q = 1$, $\Delta Q_1 = (b+d)n$ соответствует вариант, когда срабатывает хотя бы 1 датчик (рис. 2);

$$\left.\begin{aligned}&Q=2, \Delta_2=(b+d)^n+C_n^1 a d^{n-1}\\&Q=3, \Delta_3=(b+d)^n+C_n^1 a d^{n-1}+C_n^1 a C_{n-1}^1 b d^{n-2}+C_n^1 a^2 d^{n-2}\\&Q=4, \Delta_4=(b+d)^n+C_n^1 a d^{n-1}+C_n^1 a C_{n-1}^1 b d^{n-2}+C_n^1 a C_{n-1}^2 b^2 d^{n-3}+\\&+C_n^1 a^2 d^{n-2}+C_n^2 a^2 C_{n-2}^1 d^{n-2}+C_n^2 a^2 C_{n-2}^1 b d^{n-3}+C_n^3 a^3 d^{n-3}\end{aligned}\right\}. \quad (17)$$

Согласно методу математической индукции можно получить следующую зависимость для ΔQ_n:

$$\Delta Q_n=(b+d)^n+\sum_{\nu}^{Q-1} C_n^{\nu} a^{\nu} \sum_{w=0}^{Q-\nu-1} C_{n-\nu}^{w} b^{w} d^{n-\nu-w}, \quad (18)$$

где n – общее число датчиков; Q – показатель кворума при «голосовании»; ν – число датчиков, дающих правильную информацию о пожаре; w – число датчиков, дающих ложную информацию о пожаре.

При этом вероятность p_1 правильного обнаружения пожара определяется выражением (10), а вероятность p_2 (необнаружение пожара) определяется выражением:

$$P_2=\sum_{\nu=0}^{Q-1} C_n^{\nu}\times a^{\nu} \sum_{w=0}^{Q-\nu-1} C_{n-\nu}^{w} b^{w} d^{n-\nu-w}. \quad (19)$$

Вероятность p_3 («ложной» тревоги) определяется выражением:

$$p_3=\Delta Q_n-p_2 \text{ или } p_3=\sum_{w=Q}^{n} C_n^{w} b^{w} d^{n-w}, \quad (20)$$

поскольку $b+d=1-a$, то для $Q=1$ формулы (10), (19), (20) имеют вид:

$$\left.\begin{aligned}&P_1=1-(1-a)^n\\&P_2=d^n\\&P_3=(1-a)^n-d^n\end{aligned}\right\}. \quad (21)$$

Таким образом, с помощью выражений (21) можно оценить эффективность схемы резервирования датчиков, изображенной на рис. 2.

Теорема 1. Система (рис. 2, когда $Q=1$) с резервированными датчиками, имеющими различные вероятностные характеристики, всегда будет иметь более высокие вероятностные характеристики (P_1, P_2, P_3), в смысле эффективности функционирования, по сравнению с информационной системой (рис. 2) с датчиками, имеющими одинаковые усредненные характеристики a, b, d.

Доказательство. Известно, что:

$$p_1^{\times}=1-(1-a_1)^N.$$

Пусть половина из этих датчиков будет иметь характеристику $a_1=a+\Delta$, а вторая половина – характеристику $a_2=a-\Delta$.

Тогда можно записать:

$$P_1^{\times\times}=1-(1-a-\Delta)^{n/2}\times(1-a+\Delta)^{n/2}. \quad (22)$$

При этом будет иметь место неравенство:

$$P_1^{\times\times} > p_1^{\times}.$$

Для доказательства этого утверждения введем замену переменных:

$$\left.\begin{aligned} x &= (1-a+\Delta)^{n/2} \\ y &= (1-a-\Delta)^{n/2} \end{aligned}\right\}. \tag{23}$$

Причем, $x + y = u$ и $0 \le x \le 1, \quad 0 \le y \le 1, \ 0 \le u \le 1$.

Для определения максимального значения произведения $x \times y$ воспользуемся функцией Лагранжа:

$$L(x,y) = x \times y; \quad \gamma(x,y) = x + y - u. \tag{24}$$

Отсюда можно записать:

$$L^{\times}(x,y) = L(x,y) + \lambda \times \gamma(x,y). \tag{25}$$

Составим систему уравнений Лагранжа:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial L(x,y)}{dx} = y + \lambda = 0 \\ &\frac{\partial L(x,y)}{dx} = x + \lambda = 0 \\ &\gamma(x,y) = x + y - u = 0 \end{aligned}\right\}. \tag{26}$$

Единственным решением этой системы будет $x_0 = y_0 = \frac{u}{2}$. Отсюда следует, что $x_0 y_0 > xy$.

Произведя обратную замену переменных:

$$x_0 = y_0 = (1-a)^{n/2}; \ x = (1-a+\Delta)^{n/2} \text{ и } y = (1-a-\Delta)^{n/2}, \tag{27}$$

получим доказательство неравенства:

$$(1-a)^n > (1-a+\Delta)^{n/2} = (1-a-\Delta)^{n/2}.$$

Это соотношение, в свою очередь, определяет неравенство: $p_1 > p_2$.

Проанализируем теперь приращение вероятности: $\Delta p_0 = P_1^{\times\times} - p_1^{\times}$,

т.е. $\Delta p_0 = (1-a)^n - (1-a+\Delta)^{n/2} \times (1-a-\Delta)^{n/2}$,

или можно записать:

$$\Delta p_0 = (1-a)^n - \left\lfloor (1-a)^2 - \Delta^2 \right\rfloor. \tag{28}$$

Если $\Delta = 0$, то $\Delta p_0 = 0$, если $\Delta = 1 - a$, то $\Delta p_0 = (1-a)^n$.

Приращение вероятности p_1 правильного обнаружения Δp_0 определено при условии, что половина $n/2$ датчиков имеет вероятность правильного обнаружения $a + \Delta$, а вторая половина имеет вероятность правильного обнаружения $a - \Delta$. Таким образом, вероятность a представляет среднее значение от вероятностей $a + \Delta$ и $a - \Delta$.

Рассмотрим теперь приращение Δp_-, определяемое зависимостью, когда половина датчиков имеет вероятность $a-\Delta$, а вторая половина имеет вероятность a. Очевидно, приращение Δp_- можно определить зависимостью:

$$\Delta p_- = (1-a)^n - (1-a+\Delta)^{n/2} \times (1-a-\Delta)^{n/2}. \tag{29}$$

Сравним теперь приращение Δp_0 с приращением Δp_-:

$$\Delta p_0 - \Delta p_- = (1-a+\Delta)^{n/2} \times \left[(1-a)^{n/2} - \times (1-a-\Delta)^{n/2}\right] > 0. \tag{30}$$

Из анализа (30) видно, что разность $\Delta p_0 - \Delta p_-$ будет всегда положительной. Это говорит о том, что Δp_0 всегда больше Δp_-, т.е. $\Delta p_0 > \Delta p_-$.

Определим теперь приращение Δp_+, когда половина датчиков $n/2$ имеет вероятность правильного обнаружения a. Приращение определяется зависимостью:

$$\Delta p_+ = (1-a)^n - (1-a+\Delta)^{n/2} \times (1-a)^{n/2}. \tag{31}$$

Из анализа видно, что разность $\Delta p_+ > \Delta p_0$ будет всегда положительной. Таким образом, из проведенных исследований можно вывести следующее соотношение:

$$\Delta p_+ > \Delta p_0 > \Delta p_-. \tag{32}$$

Лемма 1. Если хотя бы один датчик информации имел бы вероятность правильного обнаружения $a+\Delta$, а все остальные датчики имели бы вероятность правильного обнаружения события, равную a, то общая вероятность правильного обнаружения p_1 такой системы резервированных датчиков будет выше по сравнению с системой датчиков, в которой все датчики имеют равновероятностные характеристики.

Лемма 2. Если в системе хотя бы один датчик имеет вероятность правильного обнаружения события $a-\Delta$, а все остальные имеют одинаковые вероятности, равные a, то общая вероятность правильного обнаружения p_1 такой системы будет ниже по сравнению с системой, у которой все датчики имеют равновероятностные характеристики. На основании проведенных рассуждений исследуем последовательные схемы соединения n датчиков, изображенных на рис. 4 и 5.

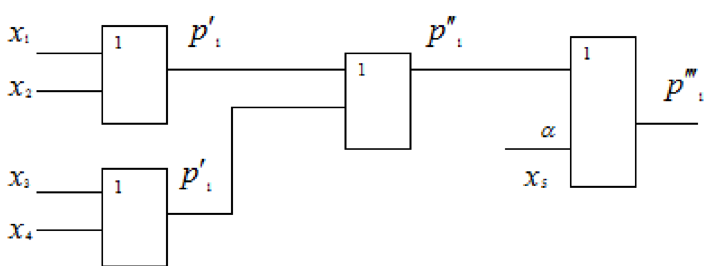


Рисунок 4 – Схема последовательного соединения n датчиков

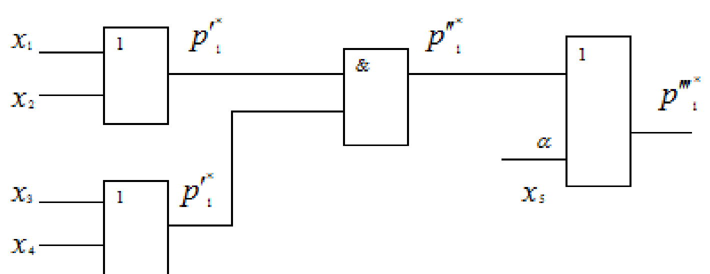


Рисунок 5 – Схема последовательного соединения n датчиков

В соответствии с выражением (21) можно записать:

$$\left.\begin{aligned} p'_1 &= 1-(1-a)^n \\ P''_1 &= 1-(1-p'_1)^n = 1-(1-a)^4 \\ P'''_1 &= 1-(1-P''_1)^n(1-a) = 1-(1-a)^5 \end{aligned}\right\}. \qquad (33)$$

Таким образом, схему последовательного соединения резервированных датчиков с помощью схем ИЛИ (коэффициент $Q = 1$), как это показано на рис. 4, можно привести к схеме, изображенной на рис. 5. Рассмотрим схему на рис. 5. Поскольку здесь соединение датчиков производится с помощью схем И, т.е. $Q = n = 2$, то согласно зависимости:

$$p'^{\times}_1 = a^2;\ p''^{\times}_1 = a^4;\ p'''^{\times}_1 = 1-(1-a)^4(1-a).$$

Поскольку $a^4 < a$, то согласно вышеприведенным рассуждениям $p'''_1 > p'''^{\times}_1$ в соединении датчиков на рис. 4 на входах последней схемы ИЛИ по существу все датчики имеют одинаковые вероятности правильного обнаружения, равные a, в то время, как на входах последней схемы ИЛИ на рис. 5 часть датчиков имеет вероятность правильного обнаружения, меньшую от среднего значения, равного a.

Обобщая результаты проведенных исследований, можно сделать следующие выводы в виде следствий:

Следствие 1. Последовательное соединение n датчиков с помощью схем ИЛИ $Q = 1$ всегда можно заменить эквивалентной схемой ИЛИ, объединяющей n датчиков с вероятностью правильного обнаружения, равной a (рис. 5).

Следствие 2. Последовательное соединение датчиков с помощью схем И $Q \neq 1$ можно заменить эквивалентной схемой ИЛИ (рис. 2), объединяющей n разных датчиков с различными вероятностями правильного обнаружения события. Поскольку комбинированные эквивалентные датчики, подключенные к общей схеме ИЛИ, будут иметь вероятность правильного обнаружения события a^*, имеющую от средней вероятности, равной a, то последовательное соединение датчиков с помощью схем И (рис. 5) всегда обеспечивает более низкую вероятность правильного обнаружения p_1 по сравнению со схемой последовательного соединения датчиков с помощью схем ИЛИ (рис. 4).

Следствие 3. Все схемы последовательного соединения датчиков после несложных преобразований можно привести к схеме соединения датчиков, изображенной на рис. 2.

Таким образом, схема соединения датчиков (рис. 2) является наиболее эффективной из всех рассмотренных схем. Она наиболее эффективно повышает вероятность правильного обнаружения p_1 при увеличении числа n соединяемых датчиков. С увеличением числа n вероятность p_1 возрастает, а сумма вероятностей $p_2 + p_3$ уменьшается, однако при этом вероятность «ложной» тревоги p_3, уменьшаясь, остается значительно большей, чем вероятность необнаружения p_2. Этот очень серьезный недостаток схемы (рис. 2) можно устранить способом, описанным ниже.

На основании выражений (21) можно получить для случайного подключения датчиков следующую зависимость:

$$\widetilde{p}_1 = \sum_{n=0}^{N} C_N^n \times p^n (1-p)^{N-n} \left[1-(1-a)^n\right] = 1-(1-pa)^N . \qquad (34)$$

Выражение (34) определяет вероятность $\widetilde{p}_1$ – правильного обнаружения пожара при случайном подключении N одинаковых датчиков с вероятностью подключения каждого датчика, равную p при $Q=1$. Это выражение легко обобщить для разных датчиков с разными вероятностными характеристиками a_i и разными вероятностями подключения:

$$\widetilde{\widetilde{p}}_1 = 1-\prod_{i=1}^{N}(1-p_i a_i). \qquad (35)$$

Аналогично вероятность необнаружения p_2 при случайном подключении N одинаковых датчиков с одинаковыми вероятностными характеристиками a_i и одинаковыми вероятностями подключения определяется следующим образом:

$$\widetilde{p}_2 = \sum_{n=0}^{N} C_N^n \times p^n (1-p)^{N-n} d^n = \left[pd + 1p\right]^N = \left[1-p(1-d)\right]^N . \qquad (36)$$

Выражение (36), обобщенное для разных датчиков с различными вероятностями подключения, имеет вид:

$$\widetilde{\widetilde{p}}_2 = \prod_{i=1}^{N}\left[1-p_i(1-d_i)\right]^N . \qquad (37)$$

Аналогично можно определить вероятность «ложной» тревоги при случайном подключении одинаковых датчиков с одинаковыми вероятностями подключения:

$$\widetilde{p}_3 = \Delta Q - \widetilde{p}_2$$

или

$$\widetilde{p}_3 = (1-pd)^N - \left[1-p(1-d)\right]^N . \qquad (38)$$

Обобщенное выражение (38) для варианта с разными датчиками имеет вид:

$$\widetilde{\widetilde{p}}_3 = \prod_{i=1}^{N}(1-p_i a_i) - \prod_{i=1}^{N}\left[1-p_i(1-d_i)\right]. \qquad (39)$$

Если при вычислении вероятности $\widetilde{\widetilde{p}}_1$ согласно выражению (3) расположить разные датчики в ряд по возрастанию значений вероятностей правильного обнаружения a_i:

$$a_N > a_{N-1} > \ldots > a_{i+1} > a_i > a_{i-1} > \ldots > a_2 > a_1 \qquad (40)$$

и включать эти датчики с вероятностями p_i, которые тоже следует расположить в ряд по возрастанию значения p_i:

$$p_N > p_{N-1} > \ldots > p_{i+1} > p_i > p_{i-1} > \ldots > p_2 > p_1, \qquad (41)$$

то можно определить приращение вероятности $\widetilde{\widetilde{p}}_2$ правильного обнаружения:

$$\Delta p_0^{\times} = (1-\widetilde{p}_i \widetilde{a}_i)^N - \prod_{i=1}^{N}(1-p_i a_i). \qquad (42)$$

В выражении (42) через $\widetilde{p}_i$ и $\widetilde{a}_i$ обозначены средние значения вероятностей

p_i, a_i, определяемые формулами:

$$\widetilde{p} = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_i}{N} \text{ и } \widetilde{a} = \sum_{i=1}^{N} \frac{a_i}{N}. \quad (43)$$

Теперь «включим» все N разных датчиков с вероятностями p_i, расположенными в ряд по убыванию их значений, т.е.

$$p_N < p_{N-1} < \ldots < p_{i+1} < p_i < p_{i-1} < \ldots < p_2 < p_1. \quad (44)$$

Затем согласно выражению (44) вычислим приращение вероятности правильного обнаружения $\Delta p^{\times\times}$. Нетрудно показать, что в последнем варианте при вычислении ΔP второе слагаемое в выражении (42) $\prod_{i=1}^{N}(1-p_i a_i)$ существенно увеличится, поскольку произведения $p_i a_i$ будут примерно равны между собой и это соответствует условию (28). Таким образом, имеет место неравенство:

$$\Delta p^{\times} > \Delta p^{\times\times}. \quad (45)$$

Это означает, что в первом варианте вероятность $\widetilde{\widetilde{p}}_1$ правильного обнаружения для системы разных датчиков, подключаемых с разной вероятностью, будет существенно выше, чем во втором варианте. Можно также показать, что первый вариант случайного подключения разных датчиков обеспечивает максимальную вероятность $\widetilde{\widetilde{p}}_1$, а второй вариант – минимальную вероятность $\widetilde{\widetilde{p}}_1$. Все остальные варианты случайного подключения разных датчиков будут определять вероятности $\widetilde{\widetilde{p}}_1$, занимающей промежуточное по величине значение этих вариантов, т.е.

$$\widetilde{\widetilde{p}}_{1,I} > \widetilde{\widetilde{p}}_{1,\times} > \widetilde{\widetilde{p}}_{1,II}. \quad (46)$$

На основании вышеприведенных рассуждений сформулируем две частные теоремы, основанные на выражениях (28), (32).

Теорема 2. Если приоритеты установлены (заданы) так, что выполняются условия (40), (41), то вероятностные характеристики такой приоритетной системы будут максимальными.

Теорема 3. Если приоритеты заданы так, что выполняются условия (40), (44); то вероятностные характеристики такой приоритетной системы будут минимальными.

Доказательства теорем 2 и 3 приведены выше.

Следствие. Вероятностные характеристики любого другого задания приоритетов, отличающихся от условий (40), (41) и (40), (44), будут располагаться в интервале значений, определяемых теоремами 2 и 3.

Правило задания приоритетов случайного подключения датчиков с различными вероятностными характеристиками (p_1, p_2, p_3):

1. Датчик с более высокой вероятностью правильного обнаружения a_i следует подключать с более высокой вероятностью включения p_i.

2. Всякая другая система приоритетов приведет к снижению вероятности $\widetilde{\widetilde{p}}_1$ правильного обнаружения для системы из N датчиков.

Выводы

1. На основе механизма формирования понятия отказов и исправного состояния информационной системы, описываемой триноминальным распределением, впервые получены аналитические выражения вероятностей событий при случайном подключении первичных датчиков сигналов.

2. Установлена и обоснована закономерность повышения достоверности информации систем сигнализаторов с мажоритарной логикой с равновероятностными характеристиками по отношению к равновероятностным или усредненным.

Литература

1. Абезгаус Т.Т. Справочник по вероятностным расчетам / Абезгаус Т.Т., Тронь А.П. и др. – М. : Воениздат, 1989. – 656 с.
2. Аль-Аммори Али. Методика обеспечения эффективности информационно-управляющих систем сигнализации опасных полетных ситуаций / Али Аль-Аммори // Искусственный интеллект. – 2007. – № 2. – С. 75-86.
3. Аль-Аммори Али. Вероятностный способ обеспечения эффективности информационных систем / Али Аль-Аммори // Управління проектами, системний аналіз і логістика. – К. : НТУ. – 2006. – Вип. 3. – С. 178-180.
4. Аль-Аммори Али. Оценка эффективности информационно-управляющих систем распознавания опасных полетных ситуаций / Али Аль-Аммори // Информационно-управляющие системы. – № 10. – С. 34-37.

Аль-Аммори Алі, Аль-Аммори Хасан

Ефективність функціонування сигналізаторів з мажоритарною логікою

У статті розглядаються аксіоматичні співвідношення ефективності функціонування інформаційних структур із випадковим підключенням датчиків з мажоритарною логікою з урахуванням їх реальної надійності. У перспективі розвитку даних теоретичних і прикладних положень можна створювати прості, технічно надійні, економічно вигідні, високоінформативні системи з високою достовірністю контрольованих даних.

Al-Ammouri Ali, Al-Ammouri Hasan

Effectiveness of Detectors with Majority Logic

The article deals with the axiomatic relations between effectiveness of the information structures with random connection of sensors and majority logic regarding to their actual reliability. In the long term development of these theoretical and practical positions, you can create a simple, technically reliable, cost-effective, highly informative system with high reliability of controlled data.

Статья поступила в редакцию 19.07.2010.